

**INSTITUTO TECNOLÓGICO
de Morelia**

Departamento de Ingeniería Eléctrica

**ANÁLISIS DE ESTABILIDAD TRANSITORIA
EN
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

Ing. J. Luis Lemus D.

I. INTRODUCCIÓN.

Por muchos años, las consideraciones de **estabilidad** han sido admitidas como una parte esencial de la planeación y operación de los Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP), pero debido al crecimiento de los sistemas y a la dificultad de satisfacer sus objetivos, actualmente existe la necesidad de que los Ingenieros de sistemas de potencia le pongan mayor atención y esfuerzo para resolver los problemas inherentes con la estabilidad. La interconexión de los SEP ha ocasionado incremento en consecuencias (no deseables) de inestabilidad y complican los procesos analíticos para la operación adecuada de los sistemas. La interconexión también mejora la confiabilidad del sistema a través del soporte mutuo en condiciones de emergencia; sin embargo, esta mejora en la confiabilidad se realiza solamente si los sistemas de transmisión de potencia permanecen intactos en condiciones de emergencia.

Algunos sistemas interconectados presentan problemas de inestabilidad dinámica y la gran mayoría, son afectados por oscilaciones que generalmente son amortiguadas por ellos mismos. Estas oscilaciones pueden ocurrir espontáneamente ó ser producidas por algún disturbio, y en ocasiones se incrementan en magnitud ocasionando la separación del sistema. Uno de los motivos importantes que origina este comportamiento, es la transmisión de potencia a grandes distancias. Los enlaces existentes entre los centros de generación y las áreas de carga son tan grandes que el intercambio de potencia se realiza con grandes desplazamientos angulares entre los generadores remotos y aquellos que se encuentran cercanos a los centros de carga. El resultado de todo ello es tener capacidad reducida para sincronizar el flujo de potencia entre los grupos de máquinas y bajas frecuencias naturales de oscilación que son pobremente amortiguadas.

El objetivo de un SEP, es proporcionar al usuario servicio confiable, eficiente y de buena calidad. Para cumplir este objetivo, el sistema se diseña bajo un estándar de confiabilidad para diferentes condiciones de operación con cambios normales, tales como conexión ó desconexión de cargas, cambio de configuración de la red, ó bien cambios imprevistos producidos por contingencias. Entonces para analizar la seguridad del SEP y diseñar adecuadamente los sistemas de control que ayuden a cumplir los objetivos del sistema, es útil clasificar las condiciones de operación en los siguientes estados: **normal, alerta, emergencia, emergencia extrema y restablecimiento**. La figura 1 muestra estos estados de operación y la forma en la cual se realiza la transición entre ellos.

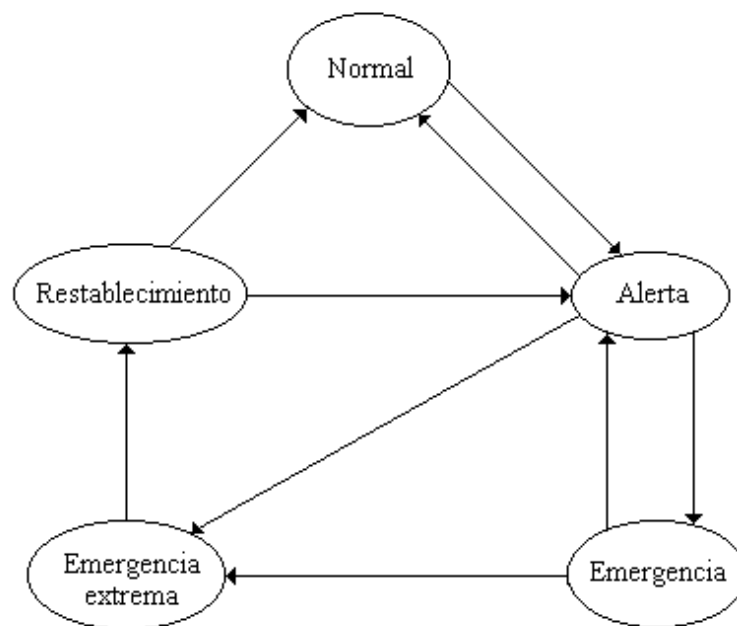


Fig. 1. Estados de operación de un SEP.

En estado **normal**, todas las variables del SEP están dentro del rango de operación normal preestablecido y ningún equipo se encuentra sobrecargado. Entonces, el sistema está operando en condiciones seguras y puede soportar una contingencia sin violar alguna de las restricciones.

El SEP entra a un estado de **alerta** si los niveles de seguridad caen bajo cierto límite adecuado de operación. En este estado, todas las variables del sistema se mantienen dentro del rango aceptable de operación y todas las restricciones se satisfacen. Sin embargo, el SEP se ha debilitado y se encuentra en un nivel en donde una contingencia puede ocasionar que algunos equipos se sobrecarguen y que el sistema caiga a un estado de operación de **emergencia**.

Si el disturbio es muy severo, el SEP puede caer a un estado de **emergencia extrema** directamente del estado de alerta. En este estado, existen bajos voltajes en varios buses y/o tener equipos en condiciones de capacidad de emergencia excedida. El SEP aún está intacto y puede regresar al estado de alerta iniciando acciones de control de emergencia, tales como: eliminación de la falla, control de excitación, valvuléo rápido, desconexión de generación, etc.

Cuando el SEP se encuentra en estado de **emergencia extrema**, resultan desconexiones en cascada de líneas de transmisión y la posibilidad de que el sistema se parta ó pierda su condición estable, creando islas eléctricas que de alguna manera ayudan a recuperar la gran mayoría del sistema, evitando así tener un problema mayor debido a acciones de control tales como: desconexión de carga y tener controlada la separación del Sistema.

El estado de **restablecimiento** del sistema se tiene cuando éste pierde estabilidad y representa una condición en la cual las acciones de control son reconectar todas las partes que lo constituyen para poder restablecer la carga.

El término **estabilidad** se aplica en SEP para denotar una condición en la cual varias máquinas síncronas del sistema permanecen en sincronismo, ó “**en paso**” (equilibrio). Por el contrario, el término **inestabilidad**, denota una condición de pérdida de sincronismo ó que las máquinas se encuentran “**fuera de paso**” (desequilibrio). Este aspecto de estabilidad-inestabilidad está influenciado por la dinámica de los ángulos de los rotores de las máquinas síncronas y por las relaciones potencia-ángulo, mostradas en la figura 2.

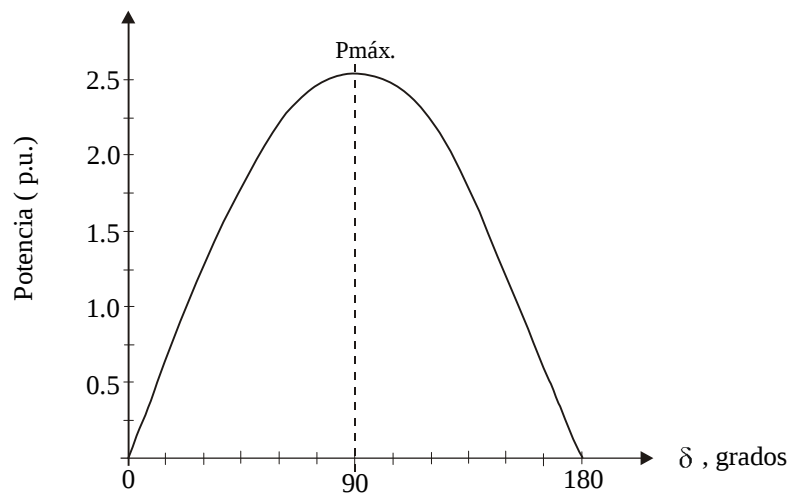


Fig.2. Relación Potencia-ángulo.

El estado de equilibrio puede ser perturbado por diferentes causas, entre las cuales se pueden mencionar las siguientes:

- ♦ Variaciones periódicas en el par aplicado a los generadores, lo que trae como consecuencia variaciones en el voltaje y en la frecuencia del sistema, ocasionando que algunos motores se salgan de sincronismo.

- ◆ Incremento repentino de carga.
- ◆ Incremento repentino en la reactancia de la red, ocasionado por la desconexión de una o más líneas.
- ◆ Pérdida repentina de generación.
- ◆ Falla trifásica ó cortocircuito en el Sistema.

El propósito de este tema es mostrar la gran cantidad de fenómenos dinámicos que ocurren en un SEP, describiendo las características que permitan clasificarlos y elegir el modelo adecuado de los elementos que intervienen. También se presentan alternativas de solución al problema dinámico, recomendándose una de las que actualmente presenta mejor perspectiva.

I.1. DINÁMICA DEL SISTEMA ELÉCTRICO DE POTENCIA.

Frecuentemente, se habla de estado permanente de un SEP, como una condición de operación del sistema en donde todas las cantidades físicas que lo caracterizan, pueden ser consideradas como constantes para propósitos de análisis. Sin embargo, en el sentido estricto de la palabra esta condición nunca existe, ya que siempre se tienen cambios continuos en el sistema, tanto normales (variaciones de carga) como anormales (fallas). A todos estos cambios se les considera como el cambio de un estado de equilibrio a otro periodo dinámico de transmisión; donde se puede tener pérdida de sincronismo ó pueden surgir oscilaciones no amortiguadas en las líneas de transmisión, originando su desconexión.

El comportamiento dinámico del SEP para diferentes situaciones cubre un gran espectro de fenómenos eléctricos, electromecánicos y termodinámicos. Por ello, el análisis y la formulación general es compleja, debido a que intervienen cientos de elementos agrupados en áreas y subsistemas, que interactúan entre ellos, tales como: generadores, primo-motores, excitadores, etc.

La figura 3 muestra una representación de los elementos de una unidad generadora y la figura 9 muestra una representación en bloques de un SEP, incluyendo la red, la carga, la fuente de generación, la fuente de control y su interconexión. El gobernador sensa la velocidad de la inercia mecánica y corrige cualquier diferencia con respecto a la velocidad síncrona (ω_s), ajustando la posición de la válvula del vapor (ó del agua).

La máquina prima mueve el rotor de la máquina síncrona produciendo un par mecánico (T_m) en dirección de rotación, el cual es controlado por el flujo de vapor (ó de agua) que entra a la turbina. El campo magnético producido por el devanado del rotor (campo) induce en el devanado de armadura (estator) corrientes alternas que alimentan la carga ó al sistema al cual está conectado.

La frecuencia de las corrientes inducidas en el estator depende de la velocidad del rotor; por ej., la frecuencia eléctrica está sincronizada con la velocidad mecánica, siendo esta la razón por la cual se le asigna el nombre de “máquina síncrona”.

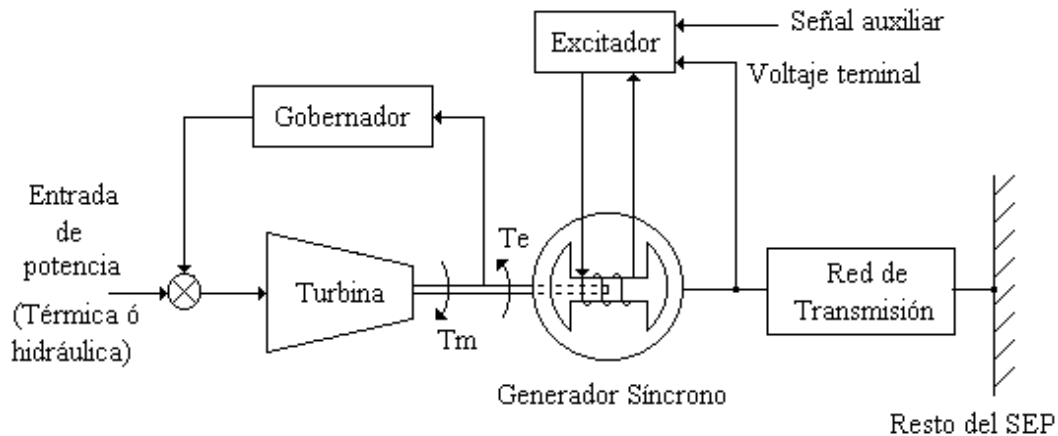


Fig.3. Elementos básicos de una unidad generadora.

El arreglo físico del devanado del estator es tal, que las corrientes que circulan en sus tres fases producen un campo magnético resultante (campo magnético giratorio) que gira a la misma velocidad que el rotor. Los campos magnéticos del rotor y del estator interactúan entre ellos, dando como resultado la producción del par electromagnético (T_e). Este par es igual y opuesto al par mecánico que debe de ser aplicado por la máquina prima para mantener la rotación. La potencia eléctrica (P_e) que entrega el generador se cambia solamente cambiando la potencia mecánica (P_m) que se le proporciona a la máquina prima.

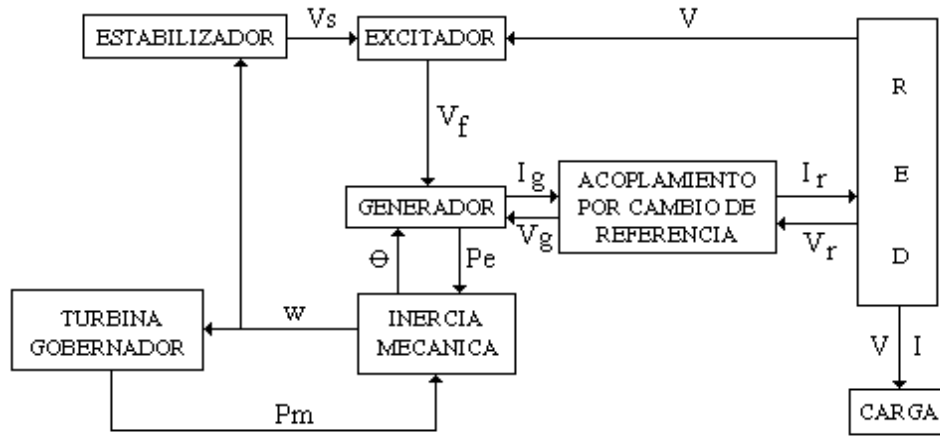


Fig. 4. Interacción entre subsistemas para análisis dinámico.

El efecto que se tiene al incrementar la potencia mecánica es de avanzar el rotor a una nueva posición relativa con respecto al campo magnético giratorio del estator. En caso contrario, una reducción de la potencia mecánica retrasa al rotor; en otras palabras, el ángulo del rotor con respecto al campo giratorio determina la cantidad de potencia eléctrica que entrega el generador.

La figura 4 muestra una relación típica de la potencia eléctrica de una máquina síncrona y la posición angular de su rotor con respecto al rotor de otra máquina a la que suministra potencia a través de una red de transmisión. Cuando el ángulo es cero, no existe transferencia de potencia y cuando el ángulo se incrementa, la potencia también se incrementa hasta un valor máximo. Después de cierto ángulo (normalmente 90°), un incremento adicional en el ángulo debido a un incremento en la **Pm**, resulta en una reducción de la potencia eléctrica transmitida; esto incrementa la velocidad del rotor e incrementa el ángulo con una reducción de la **Pe**. Generalmente, este fenómeno se conoce como “pérdida de sincronismo”.

La magnitud de la potencia máxima transmitida entre dos máquinas, es directamente proporcional a los voltajes de las máquinas e inversamente proporcional a la reactancia de la red de transmisión que interconecta a las dos máquinas. Cuando existe más de dos máquinas, los desplazamientos angulares relativos afectan el intercambio de potencia en una forma similar que para el caso de dos máquinas.

Bajo condiciones de operación normal, todas las máquinas se encuentran en sincronismo, esto es, todas tienen la misma velocidad promedio. y el objetivo será mantener equilibrio entre la potencia mecánica (ó T_m) y la potencia eléctrica (ó T_e) de cada máquina manteniendo velocidad constante. Si el sistema es perturbado, entonces se pierde este equilibrio, cambiando la aceleración ó desaceleración de los rotores de las máquinas de acuerdo a las leyes de movimiento de un cuerpo en rotación, lo cual se analizará más adelante.

Si un generador gira temporalmente más rápido que otro, avanzará la posición relativa de su rotor con respecto a la máquina que gira más lento; entonces, la diferencia angular resultante transfiere parte de la carga de la máquina más lenta hacia la máquina más rápida, dentro de los límites dependientes de la relación potencia-ángulo. Para cualquier situación determinada, la estabilidad del sistema depende de que las desviaciones en las posiciones angulares de los rotores den ó no como resultado suficientes pares de restablecimiento.

Debido a que la red de transmisión es el medio por el cual fluye la potencia entre los generadores y las cargas y entre los diferentes generadores; entonces, ésta es el primer factor que influye en la estabilidad del sistema. Sin embargo, las características de las unidades generadoras y de sus controles también tienen efectos muy significativos en la estabilidad, como se puede apreciar en la figura 5, la cual muestra los controles asociados con cada uno de los subsistemas del SEP.

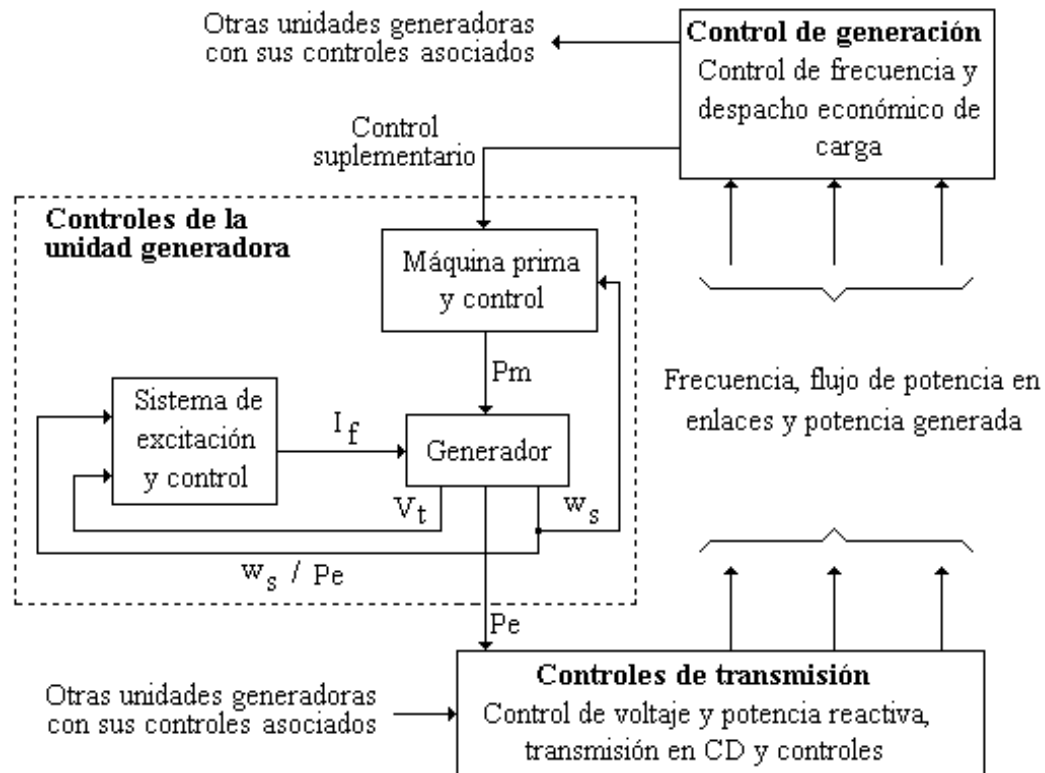


Fig. 5. Subsistemas de un SEP y sus controles asociados.

Debido a que los elementos de un SEP no responden de igual manera a un mismo estímulo, es posible hacer simplificaciones en el problema de estudio, representando con detalle los elementos con mayor efecto en el fenómeno investigado y simplificando ó eliminando los elementos con menor influencia en el fenómeno.

Una subdivisión de la representación dinámica de los SEP, de acuerdo a la respuesta y a la interrelación de los elementos que intervienen durante el proceso dinámico, es la siguiente:

- ◆ Máquina eléctrica y controles de excitación.
- ◆ Sistema gobernador y control automático de generación.
- ◆ Sistema alimentador de energía y los controles.

Cada elemento del sistema eléctrico responde con diferente rapidez ante un estímulo, la cual depende de la constante de tiempo de los elementos. Además, para seleccionar los elementos que responden durante un tiempo de estudio, es necesario conocer los rangos de tiempo en que se desarrolla dicho estudio, modelando en detalle los que influyen determinantemente, despreciando aquellos que por su lentitud no tienen influencia en el fenómeno y simplificando la representación de los que se consideran con efectos mínimos en la rapidez de su respuesta.

La figura 6 muestra una clasificación en escala logarítmica de diferentes estudios dinámicos en SEP, de acuerdo al rango de estudio. Se observa que en estudios de estabilidad transitoria, se desprecian los efectos transitorios de la red, la respuesta de la caldera y controles; pero se representa con gran detalle la dinámica interna del generador, el sistema de excitación y la red en estado permanente.

Es importante mencionar que la frecuencia natural de oscilación de los rotores de las máquinas síncronas generalmente se encuentra en el rango de 0.1 Hz hasta 2.5 Hz. Entonces, el periodo de tiempo para una “oscilación de ángulo” variará en casos extremos desde 0.4 seg hasta 10 seg.. Sin embargo, la gran mayoría de los generadores síncronos tienen un periodo de tiempo desde 0.8 seg. hasta 1.5 seg. para el estudio de estabilidad transitoria de primera oscilación.

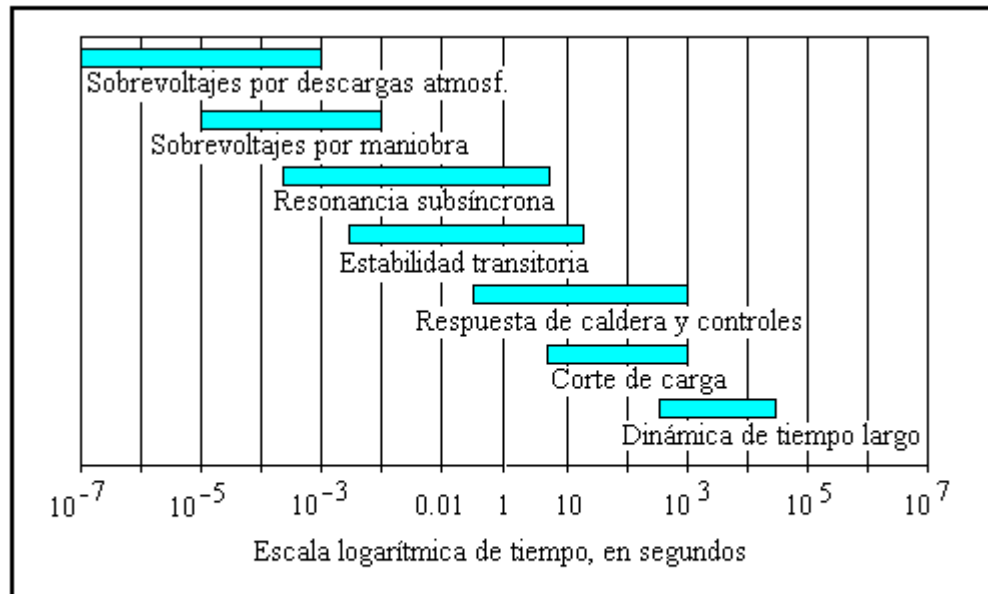


Fig. 9. Clasificación de estudios dinámicos de acuerdo al rango de tiempo de estudio.

I.2 CLASIFICACIÓN DE LOS ESTUDIOS DE ESTABILIDAD.

La primera clasificación de los estudios de estabilidad fue: estabilidad transitoria y estabilidad de estado estable. El concepto clásico de estabilidad transitoria consistía en analizar la primera oscilación de los generadores que incluía tiempos no mayores de un segundo. Los estudios de estabilidad de estado estable, consistían en analizar el comportamiento del desplazamiento angular de los rotores de las máquinas alrededor de un punto de operación en estado estable. Posteriormente apareció el concepto de estabilidad dinámica, como la transición entre la estabilidad transitoria y la de estado estable.

Aunado al crecimiento de los sistemas de potencia, aparecieron mejores estudios, métodos de análisis, simulación de nuevos equipos y el uso de modelos más sofisticados, los cuales cambiaron los conceptos teóricos sobre estabilidad de SEP, ampliando y mejorando los criterios y definiciones clásicas.

Existen diversos criterios para clasificar los estudios de estabilidad tomando como parámetros una gran cantidad de factores como: el tipo y magnitud de la perturbación, tiempo de estudio, forma de corregirlo, método de solución, etc.

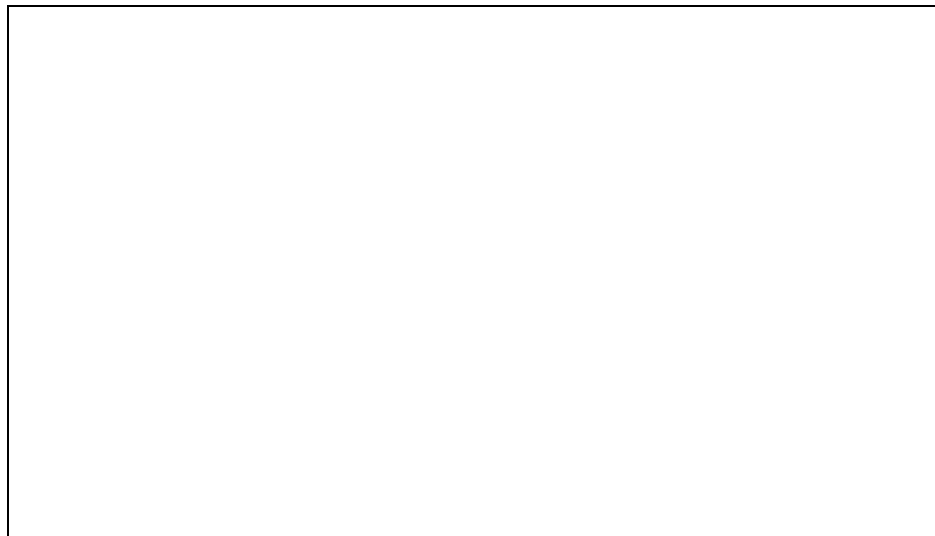
Una clasificación más generalizada se indica a continuación:

- a) Estabilidad transitoria.
- b) Estabilidad dinámica.
 - b.1) Tiempo de estudio intermedio.
 - b.2) Tiempo de estudio largo.

I.2a. Estabilidad Transitoria. Estos estudios tienen como objetivo analizar el sincronismo de los generadores síncronos del SEP para periodos de tiempo pequeño, el criterio de estabilidad consiste en verificar si el desplazamiento angular relativo de los rotores de los generadores no crece indefinidamente. El tiempo de estudio comprende desde el instante de la perturbación hasta 2 seg. y en algunos casos se extiende hasta 5 seg.

Los modelos utilizados en estos estudios son: línea de transmisión en estado estable, generadores y los controles de excitación con detalle que varían desde el más completo hasta la representación clásica, algunos estudios incluyen el efecto de la turbina-gobernador y generalmente se desprecia el efecto de la caldera. La figura 7 muestra una analogía de un sistema transitoriamente estable e inestable.

El límite de estabilidad en estado transitorio, se refiere al máximo flujo de potencia permisible a través de un punto de operación particular sin pérdida de estabilidad, cuando el flujo de potencia es incrementado en forma repentina, ya sea por un incremento en la carga, desconexión de líneas en alguna parte del sistema ó por una falla trifásica.



I.2b. Estabilidad Dinámica. Los estudios de estabilidad dinámica tienen como objetivo primario analizar el comportamiento de la frecuencia del sistema, los tiempos de estudio pueden ser:

- a) Intermedios
- b) Grandes.

Los estudios dinámicos para periodos intermedios comprenden de segundos a un minuto, el detalle del modelado es prácticamente el mismo que el de los estudios transitorios, pero se incorpora la acción de relevadores y de otros equipos que responden durante este periodo.

Los estudios dinámicos para tiempos de estudio grandes comprenden tiempos de estudio hasta de 20 minutos, se desprecian los efectos del transitorio eléctrico de los generadores, utilizando modelos clásicos, pero modelando con detalle el primo-motor y los controles. Las ecuaciones de la red se resuelven mediante formulaciones lineales. En general los métodos de solución se simplifican al reducir los cálculos eléctricos del SEP, pero se incluyen los efectos de los cambiadores automáticos de derivaciones de transformadores, corte de carga por baja frecuencia, despacho de carga, maniobras de los operadores, etc.. La figura 8 muestra una analogía de un Sistema en condiciones de estabilidad-inestabilidad de estado estable.

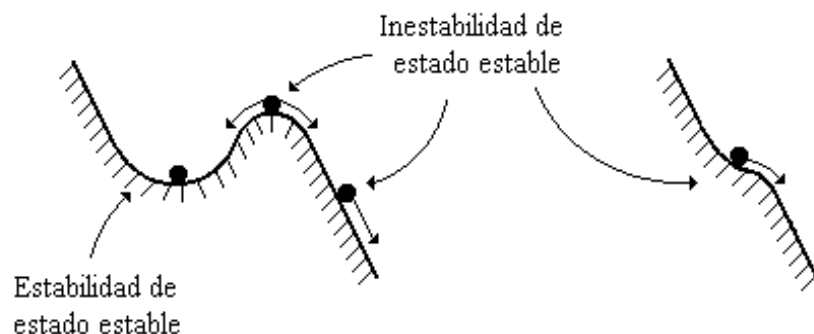


Fig. 11. Analogía de un sistema en condiciones de estabilidad-inestabilidad de estado estable.

El límite de estabilidad de estado estable, se refiere al máximo flujo de potencia permisible a través de un punto de operación particular, cuando el Sistema o parte del Sistema no ha perdido su estabilidad y el flujo de potencia es incrementado gradualmente.

I.3. CAUSAS QUE ORIGINAN INESTABILIDAD EN LOS SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA.

Las causas de inestabilidad en los SEP son originados por desbalances de potencia de los siguientes tipos:

- a) Potencia activa.
- b) Potencia reactiva.
- c) Potencia calorífica.

I.3a. Desbalance de potencia activa. Los desbalances de potencia activa son originados por cambios normales de potencia activa debidos a conexión ó desconexión de cargas, pérdida de generación, fallas, etc. Estos cambios se manifiestan por una aceleración ó desaceleración en los rotores de los generadores, cambiando la velocidad y el desplazamiento angular de los mismos. Las variables de interés de estos estudios son el desplazamiento angular y/ó la frecuencia, dependiendo de la magnitud del cambio instantáneo de potencia activa.

I.3b. Desbalance de potencia reactiva. Estos desbalances se deben a los requerimientos de potencia reactiva del sistema, que al no poder ser satisfechos provocan variaciones de voltaje, que cambian las características dinámicas de los elementos sensibles al voltaje, agravando el desbalance de potencia reactiva y con la posibilidad de tener un colapso de voltaje.

Los desbalances de potencia reactiva pueden ser originados por fallas, switcheo de líneas, desconexión de compensadores estáticos de vars (CEV), generadores operando con factor de potencia adelantado, etc.

I.3c. Desbalance de potencia calorífica. Cuando el sistema opera con sobrecarga, circulan corrientes que generan calor que algunas veces no puede ser disipado con la rapidez que se produce, aumentando la temperatura de equipo como generadores, transformadores y líneas de transmisión. Al llegar a los límites térmicos de seguridad, operan los sistemas de desconexión, agravando las condiciones de sobrecarga del sistema y por lo tanto de calentamiento del resto del equipo, que puede provocar una desconexión en cadena.

II. EL PROBLEMA DE ESTABILIDAD TRANSITORIA.

Como se mencionó en el capítulo anterior, el estudio integral del comportamiento dinámico de un SEP resulta sumamente complejo debido a su gran dimensión y a que requiere de un gran número de ecuaciones diferenciales para la representación matemática de sus diferentes elementos. Sin embargo, es posible abordar el estudio de estabilidad simplificándolo con base a diversos criterios. La simplificación en las dimensiones consiste en suponer una máquina síncrona conectada a un gran sistema como se muestra en la figura 9.

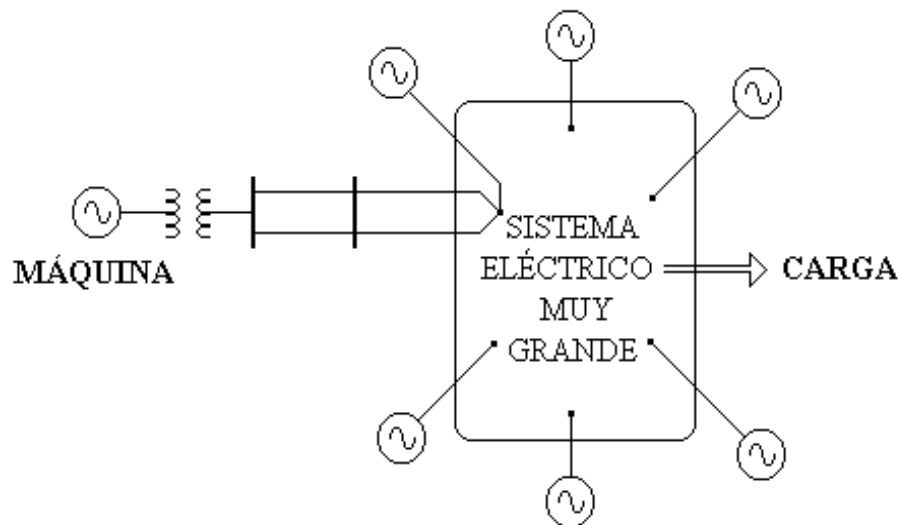


Fig. 12. Diagrama que justifica el concepto Máquina-Bus infinito.

Lo que se quiere decir es que las unidades generadoras y la red del “**gran sistema**” son de un tamaño bastante mayor que la unidad bajo estudio. Este “**gran tamaño**” relativo evita que los eventos que ocurran en la máquina ó en la red que une a la máquina con el sistema, logren afectar el voltaje y la frecuencia del nodo del sistema al cual está conectada la máquina.

Un equivalente a esta suposición es cuando se sincroniza un pequeño generador síncrono de un laboratorio de Tecnológico ó Universidad al Sistema Eléctrico Nacional. La figura 10 se puede mostrar en forma simplificada como se indica en la figura 11, donde el gran sistema representa un bus cuyo voltaje y frecuencia permanecen constantes y generalmente se le denomina **“bus infinito”**.

De acuerdo a la clasificación que se presentó en el tema 2.1, en el área de la dinámica del Generador eléctrico y de los controles de excitación, el interés se centra en analizar la capacidad que presente el sistema eléctrico de permanecer operando en sincronismo al ocurrir disturbios severos, tales como: fallas que ocasionen disparos de líneas y transformadores, pérdidas repentinas de unidades generadoras ó de cargas grandes y cambios de configuración de la red de transmisión. Para estos casos, los efectos más relevantes ocurren en el primer ó primeros dos segundos.

Generalmente para el estudio de primera oscilación (primer segundo), no se requiere de una representación detallada de los sistemas de excitación, sin embargo, si el estudio se desea llevar más allá de un segundo, entonces, es necesario modelar con mayor detalle los sistemas de excitación y de estabilización.

En este tema se abordará el análisis de primera oscilación, mencionando que los parámetros que tienen mayor influencia en el comportamiento dinámico del sistema son:

- a) La reactancia y la inercia de Generador.
- b) La reactancia de la red de transmisión para las condiciones de pre-falla, falla y post-falla.
- c) Los esquemas de subestaciones y los tiempos de operación de los interruptores.
- d) Los esquemas de protecciones.

II.1. DESCRIPCION FISICA DEL PROBLEMA DINAMICO.

Para describir el proceso se tomará como referencia el grupo turbogenerador mostrado en la figura 13, donde la turbina y el generador están unidos por la flecha. La potencia del vapor se le transfiere al rotor de la turbina en las etapas de alta, intermedia y baja presión. El generador recibe la potencia mecánica de la turbina (P_m) y entrega esta potencia al sistema en forma de potencia eléctrica (P_e), ver figura 13.

II.2. MODELO DEL SISTEMA ELÉCTRICO DE POTENCIA.

El modelo más simple de un SEP utilizado para estudios de estabilidad transitoria se muestra en el diagrama esquemático de la figura 13.

En general, el SEP para su estudio se divide en los siguientes subsistemas:

- a) Subsistema de generación.
- b) Subsistema o red de transmisión.
- c) Cargas.

II.2.1. Subsistema de generación. El subsistema de generación está integrado por: el generador síncrono, los controles eléctricos del generador y por el control mecánico del generador.

II.2.1.1. El Generador Síncrono. La representación del generador se realiza en función de las ecuaciones de equilibrio eléctrico y de una ecuación de equilibrio mecánico (ecuación de oscilación). Las ecuaciones de equilibrio eléctrico corresponden al transitorio del estator y del rotor; los transitorios del estator son demasiados rápidos y de poca influencia, por lo que generalmente se desprecian. El transitorio del rotor está determinado por la respuesta en el tiempo de los devanados de rotor. La representación considera dos devanados en el rotor, uno en el eje directo (eje d) y otro en el eje de cuadratura (eje q).

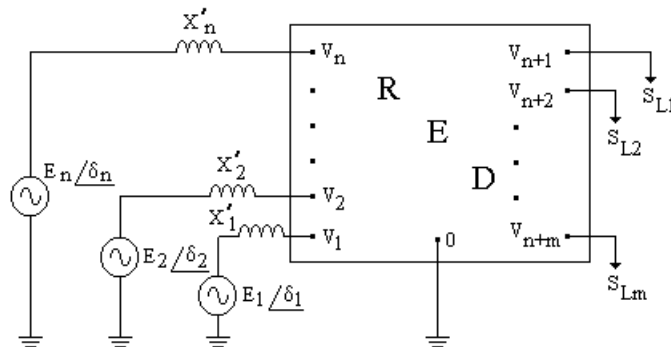


Fig. 13. Diagrama esquemático de un SEP.

La ecuación de equilibrio mecánico se conoce comúnmente como la ecuación de oscilación. Es una ecuación diferencial de segundo orden. El par de pérdidas se considera constante y de un valor pequeño, por lo que se desprecia. Entonces la ecuación de equilibrio mecánico es la siguiente:

$$= T_m - T_e$$

Cada uno de los generadores mostrados en la figura 13, están representados por su modelo clásico: el voltaje en terminales V , el voltaje detrás de reactancia transitoria $E'\angle\delta$, y por su reactancia transitoria X'_d conectada entre ellos. Para el análisis transitorio de primera oscilación, generalmente se hacen las siguientes suposiciones:

- * La potencia mecánica de entrada es constante.
- * Se desprecia la potencia asincrónica o de amortiguamiento.
- * El generador se representa por su voltaje constante detrás de reactancia transitoria de eje directo (no saturada)
- * El ángulo mecánico del rotor se puede representar por el ángulo del voltaje detrás de reactancia transitoria.

Además, la representación de cada generador incluye ecuaciones de equilibrio mecánico. La ecuación de equilibrio mecánico (ecuación de oscilación) es de segundo orden, y generalmente para su solución se descompone en dos ecuaciones de primer orden, cuyas constantes de tiempo son grandes comparadas con las de las ecuaciones de equilibrio eléctrico, correspondientes.

II.2.1.2. Controles eléctricos del generador. Los controles eléctricos del generador corresponden al sistema de excitación y de estabilización. El sistema de excitación tiene como función la regulación del voltaje en terminales del generador. El sistema de estabilización actúa a través del sistema de excitación, como una señal adicional, retroalimentando otras variables como, la velocidad del rotor, incremento del voltaje, corriente de campo, etc.

Independientemente del fabricante y del tipo del sistema de excitación y de estabilización, la formulación matemática de estos equipos también es un conjunto de ecuaciones diferenciales.

II.2.1.3. Control mecánico del generador. El control mecánico del generador se refiere a la turbina-gobernador y a la fuente de energía. Se representa por un sistema de ecuaciones diferenciales y relaciones de desigualdad, que relacionan la potencia mecánica de entrada con el error de velocidad de la máquina, y con algunas otras variables que cumplen el mismo objetivo que los sistemas de estabilización para los sistemas de excitación. La respuesta de estos sistemas es lenta por lo que solo se incluyen en los estudios dinámicos. La respuesta de los primo-motores y fuentes de energía es todavía más lenta y solo se incluye en los estudios dinámicos de tiempo grande. Sin embargo, últimamente se ha determinado que un cierre rápido de válvulas para generadores con fuentes de energía térmica puede influir en la primera oscilación de los generadores.

II.5. Subsistema de transmisión. El sistema de transmisión lo constituyen, las líneas de transmisión, transformadores de potencia, capacitores y reactores. El modelado estricto requiere de un sistema de ecuaciones diferenciales en términos de los parámetros R , L , C , y de ecuaciones algebraicas no lineales.

Las ecuaciones que describen este modelo se indican a continuación, para $p =$

OPERACIÓN GENERAL	OPERACIÓN EN ESTADO ESTABLE
Voltaje de estator: 1. $e_d = p\phi_d - \phi_q \omega_0 - R i_d$ 2. $e_q = p\phi_q + \phi_d \omega_0 - R i_q$ 3. $e_0 = p\phi_0 - R i_0$	Voltaje de estator: 1. $e_d = -\phi_q \omega_0 - R i_d$ 2. $e_q = \phi_d \omega_0 - R i_q$ 3. $e_0 = 0$
4. $e_{fd} = p\phi_{fd} + R_{fd} i_{fd}$ 5. $0 = p\phi_{kq} + R_{kkq} i_{kq}$ 6. $0 = p\phi_{kd} + R_{kkd} i_{kd}$ Enlaces de flujo de estator: 7. $\phi_d = -x_d i_d + E_i + x_{ad} i_{kd}$ 8. $\phi_q = -x_q i_q + x_{aq} i_{kq}$ 9. $\phi_0 = -x_0 i_0$ Enlaces de flujo de rotor: 10. $e_q^- = E_i - (x_d - x_d^-) (i_d - i_q)$ 11. $\phi_{kd} = E_i + x_{kkd} i_{kd} - x_{ad} i_d$ 12. $\phi_{kq} = x_{kkq} i_{kq} - x_{aq} i_q$	4. $0 = 0$ 5. $0 = 0$ 6. $0 = 0$ Enlaces de flujo de estator: 7. $\phi_d = x_d i_d + E_i$ 8. $\phi_q = -x_q i_q$ 9. $\phi_0 = 0$ Enlaces de flujo de rotor: 10. $e_q^- = E_i - (x_d - x_q^-) i_d$ 11. $\phi_{kd} = E_i - x_{ad} i_d$ 12. $\phi_{kd} = -x_{aq} i_q$ Par de entrehierro: 13. $T_e = \phi_d i_q - \phi_q i_d$ Potencia eléctrica 14. $P_e = e_d i_d + e_q i_q$

Como la dinámica de este subsistema es muy rápida (micro ó milisegundos) y los estudios de estabilidad comprenden rangos de segundos a minutos, los efectos dinámicos del sistema de transmisión se consideran totalmente eliminados, por lo que se modela por parámetros concentrados a la frecuencia fundamental. La representación más común para las líneas de transmisión es un circuito pi equivalente, reactancia de dispersión serie para los transformadores y reactancia serie ó paralelo para los capacitores y reactores.

La formulación matemática del subsistema de transmisión utiliza la matriz de admitancias nodal $\mathbf{Y}_{BUS}$ de la formulación nodal clásica

$$\mathbf{Y}_{BUS} \mathbf{V}_{BUS} = \mathbf{I}_{BUS} \quad (1)$$

II.6. Cargas. El modelo general de las cargas no es fácil de obtener, ya que el comportamiento lo determinan una combinación de cargas con características resistivas, reactivas y motores que dependen del voltaje y frecuencia, que generalmente solo pueden ser determinados empíricamente.

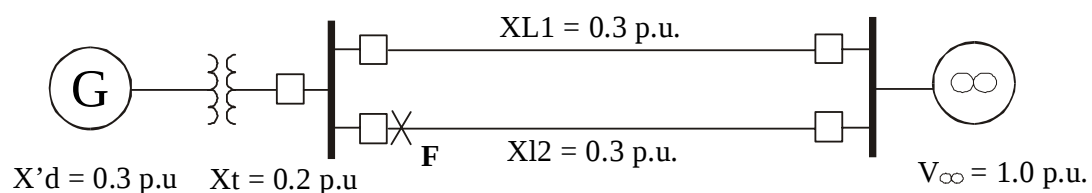
Excluyendo los motores de inducción de gran tamaño (cargas de tipo dinámico con modelado similar al de la máquina síncrona), para el resto del sistema, se dan tres opciones para la representación de cargas (estáticas), tomando como base el modo de su dependencia con respecto al voltaje.

A) Potencia activa y reactiva (MVA) constantes.

$$\mathbf{V}^* \mathbf{I} = P - j Q$$

EJEMPLO DE UN SISTEMA MÁQUINA – BUS INFINITO.

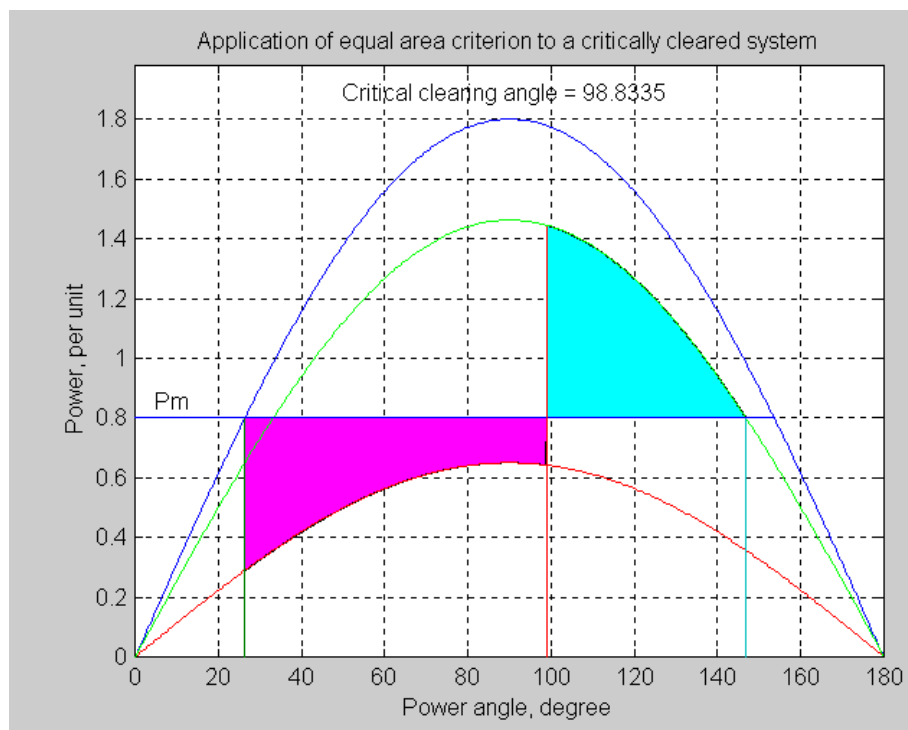
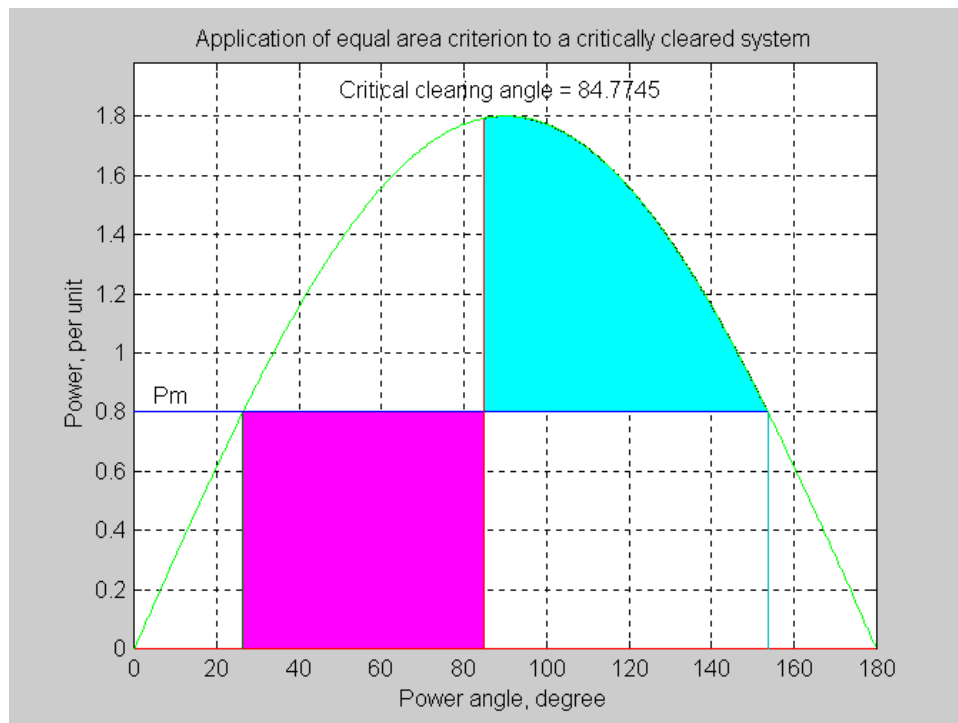
EJEMPLO 1. Un generador síncrono 3ϕ , 60 Hz., está conectado a un bus infinito a través de un transformador y una doble línea de transmisión, como se muestra en la figura:



El generador está entregando al bus infinito una potencia $S = 0.8 + j 0.074$ p.u. con un voltaje en el bus infinito de 1.0 p.u.

Considere que el generador síncrono tiene una constante $H = 5$ MJ / MVA.

- Determine la ecuación de potencia eléctrica entregada por el generador.
- Suponga que ocurre una falla trifásica sólida en la línea L2 (punto "F"), la cual se extingue por sí sola 9 ciclos después, manteniendo todos los interruptores cerrados. Determine si el sistema es o no estable y calcule el ángulo máximo permitido sin pérdida de sincronismo. La potencia P_m permanece constante durante el disturbio.
- Si la falla dura más de 9 ciclos, determine el ángulo crítico que debe existir para mantener sincronismo y el tiempo correspondiente a este ángulo.
- Determine el ángulo crítico para que el generador permanezca en sincronismo si ocurre la misma falla pero a mitad de la línea L2. Considere ahora que la falla es eliminada con la apertura de los interruptores de la línea.



EJEMPLO DE UN SISTEMA MULTIMÁQUINA.

EJEMPLO 2. Considere el sistema de seis buses mostrado en la figura 1. Los datos generales de los diferentes elementos se proporcionan en las tablas I y II. El voltaje nominal en el lado de alta tensión de los transformadores, es de 115 KV.

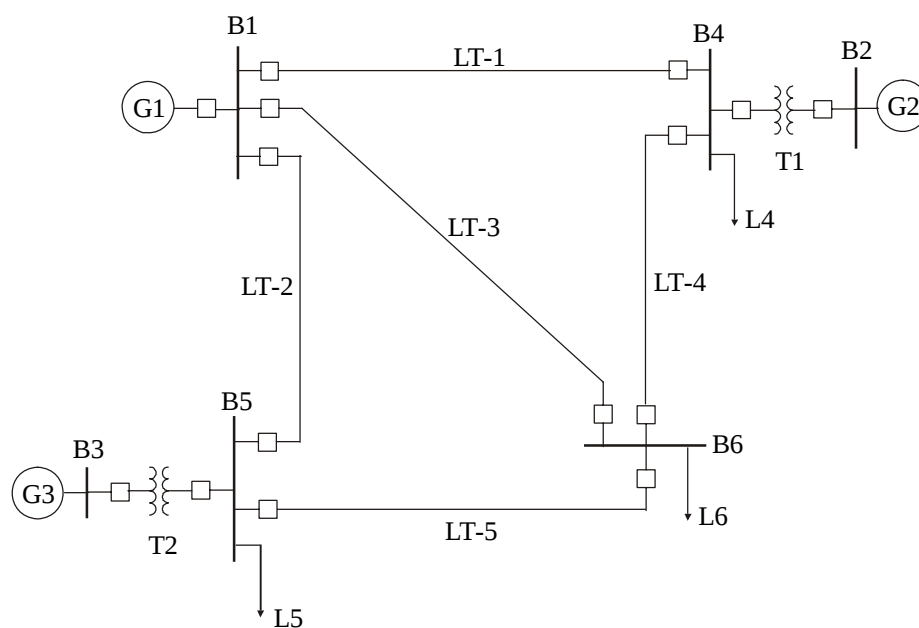


Fig. 1 Diagrama unifilar del sistema de cinco buses.

TABLA 1 Datos de los Generadores.

GENERADOR	No. 1	No. 2	No. 3
Potencia nominal (MVA)	400.0	250.0	200.0
Voltaje (KV)	20.0	18.0	13.8
factor de potencia	1.0	0.85	0.85
Velocidad nominal (RPM)	180	3600	3600
Energía almacenada a velocidad nom. (MW-seg.)	8000.0	1000.0	1000.0
Tipo	Hidráulica	Térmica	Térmica
$X'd$	0.2000	0.1500	0.2500

NOTA: Los valores de las reactancias están sobre una base de 100 MVA.

TABLA II. Datos de los elementos del Sistema.

ELEMENTO	R p.u.	X p.u.	B/2 p.u.
LT-1	0.035	0.225	0.0065
LT-2	0.025	0.105	0.0045
LT-3	0.040	0.215	0.0055
LT 4	0.028	0.125	0.0035
LT-5	0.026	0.175	0.0300
T1	0.0	0.035	0.0000
T2	0.0	0.042	0.0000

Potencias demandadas:

$$S_{L4} = 100 + j 70 \text{ MVA}$$

$$S_{L5} = 90 + j 30 \text{ MVA}$$

$$S_{L7} = 160 + j 110 \text{ MVA}$$

Suponga que ocurre una falla trifásica sólida en la Línea LT-5, (cerca del bus 6), la cual se elimina con la apertura simultánea de sus respectivos interruptores

- a) Calcule las matrices de admitancias $\mathbf{Y}_{\text{BUS}}$ correspondientes a las condiciones de pre-falla, falla y post-falla
- b) Calcule las matrices de admitancias $\mathbf{Y}_{\text{BUS}}$ reducidas (donde se indiquen solamente los nodos internos de los generadores), correspondientes a las condiciones de operación indicadas en el inciso anterior.
- c) Determine si el sistema es o no estable, para un tiempo de duración de falla de 0.4 seg. y un periodo de estudio de 1.5 seg.
- d) Determine si el sistema es o no estable, para un tiempo de duración de falla de 0.4 seg. y un periodo de estudio de 1.5 seg.
- d) Grafique los desplazamientos angulares δ_{21} , y δ_{31} correspondientes a los incisos (c) y (d).

RESULTADOS DEL ANÁLISIS DE FLUJOS

Power Flow Solution by Newton-Raphson Method

Maximum Power Mismatch = 1.80187e-007

No. of Iterations = 4

TABLA 2. Resultados de flujos en buses.

BUS No.	V (KV)	P_G (MW)	Q_G (MVAR)	P_D (MW)	Q_D (MVAR)
1	21.20∠0.000°	105.287	107.335	0.000	0.000
2	18.72∠1.470°	150.000	99.771	0.000	0.000
3	14.214∠0.800°	100.000	35.670	0.000	0.000
4	231.84∠-1.401°	0.000	0.000	100.000	70.000
5	233.68∠-1.499°	0.000	0.000	90.000	30.000
6	216.43∠-5.607°	0.000	0.000	160.000	110.000
TOTAL		355.287	242.776	350.000	210.000

b) Las matrices de red Y_{BUS} reducidas para las diferentes condiciones son:

Prefault reduced bus admittance matrix

$Y_{bf} =$

$$\begin{bmatrix} 0.3517 - 2.8875i & 0.2542 + 1.1491i & 0.1925 + 0.9856i \\ 0.2542 + 1.1491i & 0.5435 - 2.8639i & 0.1847 + 0.6904i \\ 0.1925 + 0.9856i & 0.1847 + 0.6904i & 0.2617 - 2.2835i \end{bmatrix}$$

G(i)	E'(i)	d0(i)	Pm(i)
1	1.2781	8.9421	1.0529
2	1.2035	11.8260	1.5000
3	1.1427	13.0644	1.0000

Enter faulted bus No. -> 6

Faulted reduced bus admittance matrix

$Y_{df} =$

$$\begin{bmatrix} 0.1913 - 3.5849i & 0.0605 + 0.3644i & 0.0523 + 0.4821i \\ 0.0605 + 0.3644i & 0.3105 - 3.7467i & 0.0173 + 0.1243i \\ 0.0523 + 0.4821i & 0.0173 + 0.1243i & 0.1427 - 2.6463i \end{bmatrix}$$

Fault is cleared by opening a line. The bus to bus nos. of the line to be removed must be entered within brackets, e.g. [5, 7]
Enter the bus to bus Nos. of line to be removed -> [5,6]

Postfault reduced bus admittance matrix**Y_{af} =**

$$\begin{bmatrix} 0.3392 - 2.8879i & 0.2622 + 1.1127i & 0.1637 + 1.0251i \\ 0.2622 + 1.1127i & 0.6020 - 2.7813i & 0.1267 + 0.5401i \\ 0.1637 + 1.0251i & 0.1267 + 0.5401i & 0.2859 - 2.0544i \end{bmatrix}$$

c) Resultados del análisis de estabilidad transitoria para un tiempo de duración de falla de $t_c = 0.4$ seg.

			0.2660	62.7474	34.6877
Enter clearing time of fault in sec. $t_c =$			0.3060	77.2873	41.9274
.4			0.3460	91.9675	48.9846
Enter final simulation time in sec. $t_f =$			0.3860	106.6754	55.6506
1.5			0.4000	111.8343	57.8619
			0.4000	111.8343	57.8619
Fault is cleared at 0.400 Sec.			0.4117	115.7711	59.5250
			0.4514	123.3461	62.7084
Phase angle difference of each machine			0.4910	122.4353	62.1741
with respect to the slack in degree.			0.5246	114.9564	58.8080
			0.5571	101.5237	53.0062
t - sec	d(2,1)	d(3,1)	0.5707	93.9706	49.8307
0	2.8839	4.1224			
0.0000	2.8839	4.1224	0.5843	85.2511	46.2219
0.0000	2.8839	4.1224	0.5992	74.3703	41.7856
0.0001	2.8839	4.1224	0.6151	61.2586	36.5099
0.0003	2.8840	4.1224	0.6315	46.3109	30.5474
0.0015	2.8862	4.1235	0.6484	29.6213	23.8982
0.0073	2.9399	4.1509	0.6665	10.9104	16.3713
0.0224	3.4099	4.3908	0.6874	-11.0636	7.2886
0.0444	4.9406	5.1720	0.7076	-31.4452	-1.5650
0.0723	8.2866	6.8808	0.7277	-50.0888	-10.2773
0.1060	14.2907	9.9504	0.7453	-64.3270	-17.5845
0.1460	23.8359	14.8373	0.7605	-74.7647	-23.5451
0.1860	35.4934	20.8099	0.7728	-81.8172	-28.0628
0.2260	48.6576	27.5407	0.7869	-88.2825	-32.8413



0.8064	-94.3483	-38.6949	1.2974	62.6822	87.7623
0.8333	-97.0931	-45.0843	1.3174	48.6144	85.5064
0.8705	-90.1891	-50.2025	1.3345	35.5322	82.0560
0.9099	-70.0025	-50.2533	1.3498	23.3208	77.8011
0.9431	-44.2898	-45.5321	1.3651	10.8942	72.4688
0.9756	-14.0114	-36.4903	1.3850	-5.1516	63.9678
1.0106	19.9645	-22.2399	1.4059	-21.0700	53.3371
1.0438	49.4313	-5.4158	1.4268	-35.3195	41.1849
1.0726	70.6234	10.6518	1.4478	-47.3380	27.7068
1.1035	87.7813	28.1804	1.4706	-57.1182	12.1591
1.1415	100.5913	48.4869	1.4960	-63.5779	-5.6903
1.1896	103.9511	69.7127	1.5000	-64.1454	-8.4713
1.2444	90.9792	84.8240			
1.2773	75.0434	88.1302			

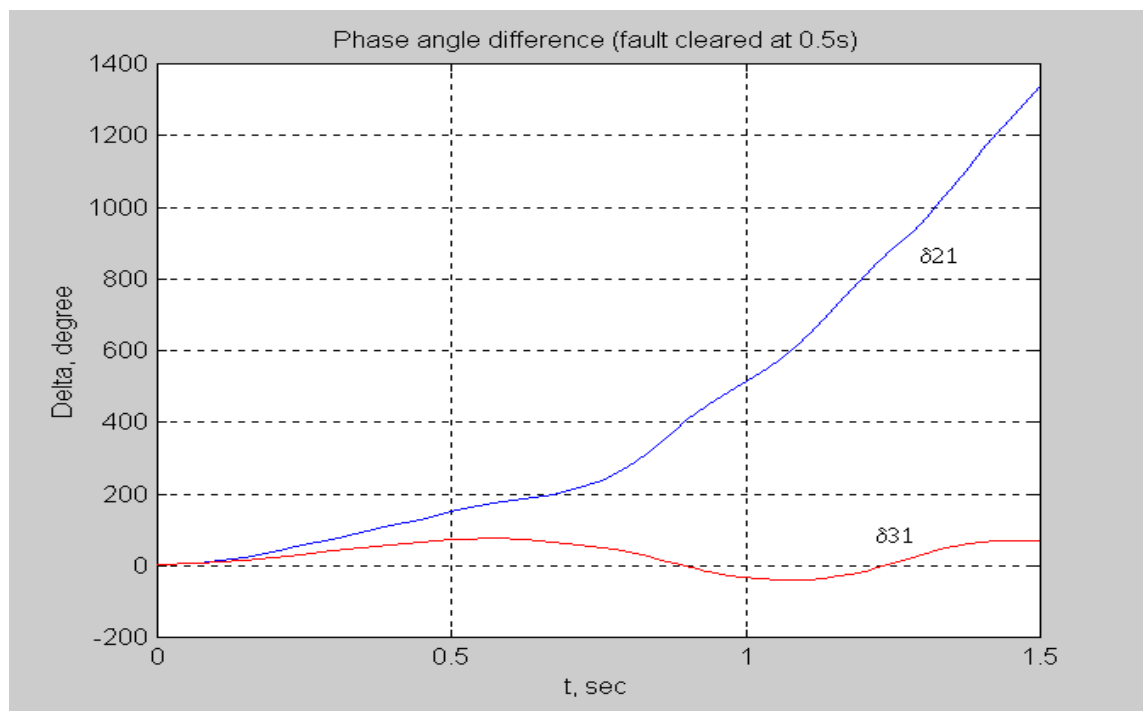
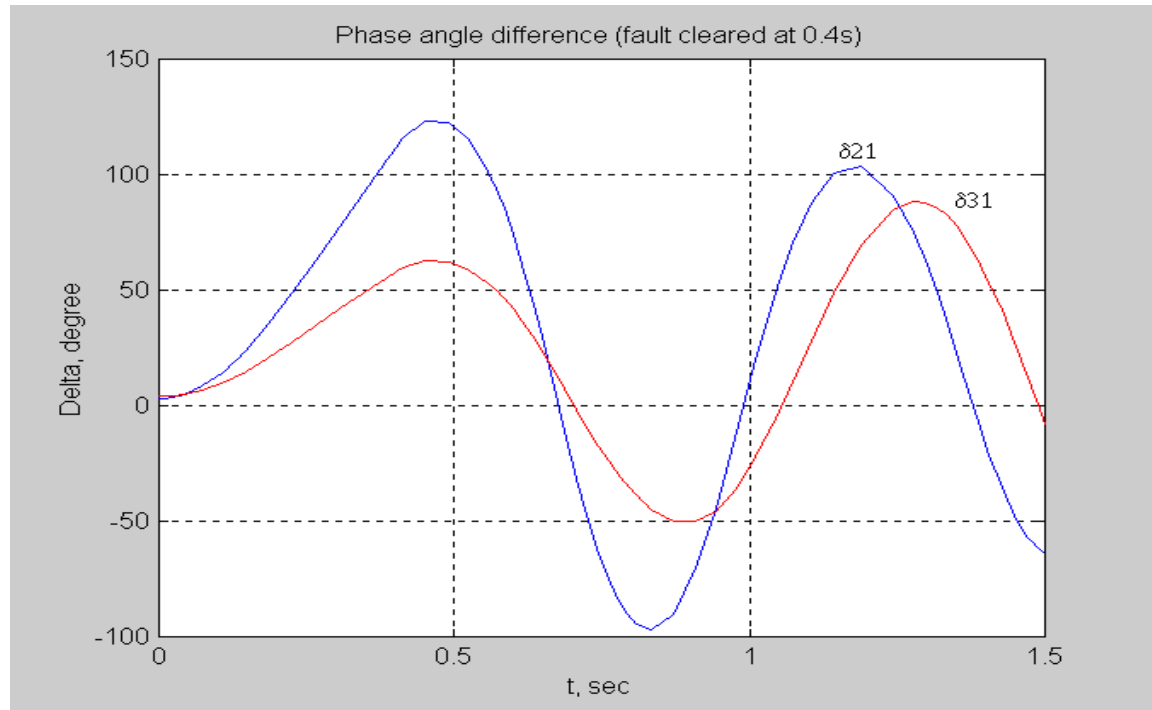
d) Resultados del análisis de estabilidad transitoria para un tiempo de duración de falla de $t_c = 0.5$ seg.

Enter clearing time of fault in sec. $t_c =$	0	0.0029	0.0041
.5	0.0000	0.0029	0.0041
Enter final simulation time in sec. $t_f =$	0.0000	0.0029	0.0041
1.5	0.0000	0.0029	0.0041
	0.0000	0.0029	0.0041
Fault is cleared at 0.500 Sec.	0.0000	0.0029	0.0041
	0.0000	0.0029	0.0042
Phase angle difference of each machine	0.0000	0.0034	0.0044
with respect to the slack in degree.	0.0000	0.0049	0.0052
	0.0001	0.0083	0.0069
t - sec d(2,1) d(3,1)	0.0001	0.0143	0.0100
1.0e+003 *	0.0001	0.0240	0.0149
	0.0002	0.0387	0.0225



0.0002	0.0557	0.0311	0.0010	0.5072	-0.0327
0.0003	0.0737	0.0402	0.0010	0.5374	-0.0374
0.0003	0.0920	0.0490	0.0011	0.5729	-0.0397
0.0004	0.1104	0.0573	0.0011	0.6061	-0.0399
0.0004	0.1291	0.0647	0.0011	0.6451	-0.0385
0.0005	0.1503	0.0716	0.0011	0.6853	-0.0355
0.0005	0.1503	0.0716	0.0012	0.7332	-0.0298
0.0005	0.1572	0.0734	0.0012	0.7731	-0.0231
0.0006	0.1738	0.0754	0.0012	0.8105	-0.0148
0.0006	0.1861	0.0730	0.0012	0.8456	-0.0052
0.0007	0.1997	0.0671	0.0012	0.8834	0.0067
0.0007	0.2163	0.0593	0.0013	0.9326	0.0226
0.0008	0.2389	0.0500	0.0013	0.9720	0.0340
0.0008	0.2674	0.0400	0.0013	1.0159	0.0446
0.0008	0.2889	0.0331	0.0014	1.0606	0.0532
0.0008	0.3137	0.0254	0.0014	1.1117	0.0606
0.0008	0.3362	0.0185	0.0014	1.1624	0.0657
0.0009	0.3570	0.0120	0.0014	1.2046	0.0684
0.0009	0.3789	0.0052	0.0014	1.2445	0.0698
0.0009	0.4034	-0.0027	0.0015	1.2883	0.0704
0.0009	0.4265	-0.0101	0.0015	1.3322	0.0702
0.0009	0.4457	-0.0162	0.0015	1.3394	0.0701
0.0009	0.4645	-0.0219			
0.0010	0.4843	-0.0274			

d) Las gráficas correspondientes a las simulaciones anteriores son las siguientes



DINAMICA DEL ROTOR Y LA ECUACIÓN DE OSCILACIÓN.

La ecuación que gobierna el movimiento del rotor de una maquina sincronía se basa en la segunda Ley de Newton, la cual establece que el par de aceleración es igual al producto del momento de inercia multiplicado por la aceleración angular, esto es:

(1)

donde:

$T_a \equiv$ Par neto de aceleración, en Nw-m.

$T_m \equiv$ Par mecánico o par en la flecha producido por la maquina prima, menos las perdidas rotacionales, en Nw-m.

$T_e \equiv$ Par electromagnético, en Nw-m.

$J \equiv$ Momento de inercia de la masa del rotor, en Kg-m^2

$\alpha \equiv$ Acleracion angular del rotor en radianes mecánicos/seg.

$\theta_m \equiv$ Desplazamiento angular del rotor con respecto a un eje estacionario, en radianes mecánicos.

$t \equiv$ tiempo, en seg.

$\omega_m \equiv$ Velocidad angular del rotor, en rads. mec./seg.

Entonces, se tiene:

(2)

Sustituyendo la ec.(2) en la ec. (1), se obtiene:

(3)

Debido a que θ_m se mide con respecto a un eje de referencia fijo, su valor es absoluto, y como es de interés conocer la velocidad relativa del rotor con respecto a la velocidad sincrónica, entonces es mas conveniente representar la posición angular del rotor con respecto a un **eje de referencia que gire a la velocidad sincrónica** (eje sincrónico), como se muestra en la figura 14.

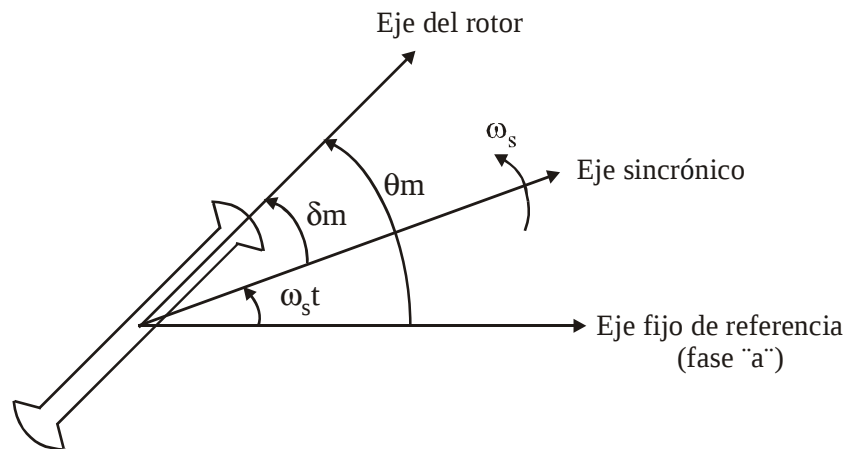


Figura 14. Posición del rotor con respecto a un eje de referencia sincrónico.

Entonces se define

(4)

donde ω_{sm} es la velocidad sincrónica de la maquina en radianes mecánicos/seg., y δ_m es el desplazamiento angular del rotor, en radianes mecánicos, con respecto al eje de referencia sincrónico.

Derivando la ec. (4) con respecto al tiempo, se obtiene:

(5)

(6)

Sustituyendo la ec. (6) en la ec. (3), se obtiene

(7)